

## **PREDIÇÃO DA PRECIPITAÇÃO MÁXIMA DE MANHUAÇU-MG VIA ABORDAGEM BAYESIANA**

**KAROLINE PEREIRA BRANCO<sup>1</sup>, ANDRÉIA DO CARMO DE OLIVEIRA<sup>2</sup>,  
LUIZ ALBERTO BEIJO<sup>3</sup>**

1Graduada em Ciências Atuariais. Graduada em Ciências e Economia. Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL/MG. karolinebranco71@gmail.com

2 Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria da Universidade Federal de Alfenas. Licenciada em Matemática pela UNIFAL-MG. Desenvolve pesquisa na área de Valores Extremos e Análise Bayesiana. andreiaoliveira.math@gmail.com

3 Doutor e Mestre em Estatística e Experimentação Agropecuária pela Universidade Federal de Lavras. Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL/MG. luiz.beijo@unifal-mg.edu.br

### **RESUMO**

A cidade de Manhuaçu-MG é frequentemente afetada por inundações em períodos de chuvas que provocam enormes prejuízos como a destruição de imóveis, perda de vidas e desalojamento de pessoas. A modelagem e previsão da precipitação máxima de uma localidade são importantes para o planejamento e gerenciamento de diversas atividades de forma a mitigar os efeitos das inundações. Diante desses fatos, o objetivo deste trabalho foi modelar a série de precipitações máximas anuais para Manhuaçu-MG, por meio da GEV via inferência bayesiana, com a intenção de realizar previsões de precipitações máximas para diferentes tempos de retorno. Os dados utilizados referem-se às precipitações máximas do período de 1970 a 2020. Foram usadas sete diferentes estruturas de priori fundamentadas em informações da análise de precipitações máximas das cidades de Lavras-MG e Juiz de Fora-MG. A utilização das prioris informativas proporcionou o aumento na precisão e acurácia das estimativas de precipitação máxima, sendo que a distribuição a priori informativa fundamentada em Juiz de Fora-MG com variância multiplicada por dois foi o que apresentou melhor desempenho, com 75% de acurácia e erro médio de predição de 8,86%. Dessa forma, este modelo foi usado para prever níveis de retorno da precipitação máxima de Manhuaçu com seus respectivos intervalos de alta densidade a posteriori, para tempos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50, 100 e 200 anos. Consequentemente, tem-se que estas previsões podem ser empregadas de forma a diminuir os impactos causados pela ocorrência de precipitações extremas na cidade.

**Palavras-chave:** Chuvas extremas; Distribuição a priori; Distribuição Generalizada de Valores Extremos; Níveis de Retorno.

## **EXTREME RAINFALL PREDICTION IN MANHUAÇU CITY USING BAYESIAN APPROACH**

### **ABSTRACT**

The city of Manhuaçu, in Minas Gerais state in Brazil, is frequently affected by floods in periods of rain which cause enormous damage such as the destruction of properties, deaths and homelessness. In this way, the modeling and the prediction of the extreme rainfall are important for planning and management of several activities in order to mitigate the effects of floods in a locality. So, the objective of this work was to model the extreme rainfall data series of Manhuaçu city, applying generalizing extreme values distribution (GEV) by Bayesian inference, aiming to make predictions of extreme rainfall for different return times. The used data refers to the extreme rainfall from 1970 to 2020. Then, based on information of maximum rainfall in the cities of Lavras-MG and Juiz de Fora-MG seven different priori structures were tested. The use of informative priors provided an increase in the precision and accuracy of the maximum rainfall estimates and the priori based on Juiz de Fora, with variance multiplied in two times,

presented the best performance, reaching 75% of accuracy and mean prediction error of 8.86% in its predictions. Thus, this model was used to predict levels of return of the extreme rainfall of Manhuaçu with their respective intervals of high density a posteriori, considering the return times of 2, 5, 10, 25, 50, 100 and 200 years. Finally, it should be noted that the predictions can be used in order to reduce the impacts caused by the occurrence of extreme precipitation in the city.

**Keywords:** Extreme Rainfall; Generalizing Extreme Values Distribution; Prior distribution; Return Levels.

## 1 INTRODUÇÃO

A cidade de Manhuaçu-MG, localizada na Zona da Mata do Estado de Minas Gerais, cujo nome significa “lugar de muita água” (MANHUAÇU, 2017), é historicamente afetada por inundações em períodos de chuvas frequentes, que são intensificados durante o verão (CARVALHO; ESPÍNDULA; MOREIRA, 2021). Isso acontece porque a cidade foi desenvolvida ao longo do rio Manhuaçu e a área urbanizada da cidade hoje ocupa quase 100% de sua várzea, fazendo com que os episódios de inundação, por vezes frequentes, causem a destruição de imóveis, perda de vidas e desalojamento de muitas pessoas, como aconteceu com maior impacto nos anos de 1979, 1997, 2003, 2009 e 2020 (CARVALHO; ESPÍNDULA, 2021).

Nessa linha, tem-se que o conhecimento do comportamento dos níveis de precipitação em uma localidade, por meio de modelagem e previsão, é de extrema importância para a realização de planejamento e gerenciamento de diversas atividades suscetíveis aos seus efeitos, tais como a agricultura, a geração de energia elétrica e o planejamento urbano (PETRUCCI; OLIVEIRA, 2019; FERREIRA; BEIJO; AVELAR, 2022). Partindo disso, uma das estratégias de modelagem bastante utilizada quando do estudo de precipitações, como em Beijo et al.(2002), Silva e Clarke (2004), Sansigolo (2008), Blain (2011), Junqueira Júnior, Mello e Alves (2015) e Borges e Thebaldi (2016), é a modelagem dos níveis de precipitação máximos, ou extremos, que são eventos com baixa probabilidade de ocorrência, que se situam nas caudas das distribuições de probabilidade, mas que quando concretizados propiciam consequências de alto impacto.

Assim, para a realização da modelagem de eventos extremos, usualmente faz-se o uso da distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV), proposta por Jenkinson (1955), que unifica toda teoria de valores extremos anterior, proposta por Fisher e Tippett (1928) e Gnedenko (1943), em uma única função de distribuição (BUTTURI-GOMES; BEIJO; AVELAR, 2018). O ajuste da GEV ao conjunto de dados possibilita que sejam feitas previsões sobre os níveis de retorno pluviométricos extremos futuros para qualquer tempo de retorno que se tenha interesse, por meio dos quantis da distribuição.

Consequente, a utilização da distribuição em questão pressupõe a aplicação de alguma abordagem inferencial para a estimação dos seus parâmetros, sendo conveniente a utilização da inferência bayesiana que apresenta, segundo Coles (2001), algumas vantagens na modelagem de eventos extremos, que costumam ser escassos ou advir de uma base de dados pequena. A principal vantagem desta abordagem é a diminuição das incertezas a respeito do processo inferencial, tendo em vista a possibilidade da incorporação de informações à priori sobre os parâmetros. Além disso, segundo Resende et al. (2001), o resultado da inferência bayesiana é o conhecimento de uma distribuição para cada parâmetro, o que possibilita que as interpretações dos achados sejam mais simples e diretas.

Nesse contexto, tem-se que a distribuição GEV é descrita por meio de três parâmetros que caracterizam sua posição, escala e forma. Assim, como exposto por Coles (2001), para encontrar a distribuição à posteriori desses parâmetros ( $p(\mu, \sigma, \varepsilon | x)$ ), é feita a multiplicação entre a distribuição à priori dos parâmetros ( $p(\mu, \sigma, \varepsilon)$ ), que concentra todo conhecimento anterior que se dispõe sobre eles, pela função de verossimilhança, esta que considera a informação disponibilizada pelos dados ( $L(\mu, \sigma, \varepsilon | x)$ ).

Destarte, um trabalho que modelou as precipitações extremas por meio da distribuição GEV foi o de Martins et al. (2018), que estimou os parâmetros da distribuição utilizando o método inferencial da máxima verossimilhança e também a abordagem bayesiana para os eventos de precipitação máxima da cidade de Silvianópolis-MG. Os autores ajustaram sete modelos e encontraram que para todas as estruturas de priori utilizadas, a abordagem bayesiana apresentou modelos com acurácia maior do que o modelo ajustado via máxima verossimilhança, o que os fez optar pelo uso de um dos modelos bayesianos para a realização de predições futuras de precipitações máximas para diferentes tempos de retorno para a cidade.

Outro trabalho que atuou nesta perspectiva foi o de Beijo, Vivanco e Muniz (2009), no qual os autores avaliaram a aplicação da distribuição GEV para a modelagem das precipitações máximas da cidade de Jaboticabal-SP. Os autores também constataram que o modelo ajustado via inferência bayesiana apresentou resultados de acurácia bastante satisfatórios na predição das precipitações extremas da cidade, possibilitando o fornecimento de informações que podem ser utilizadas no planejamento de obras de engenharia hidráulica.

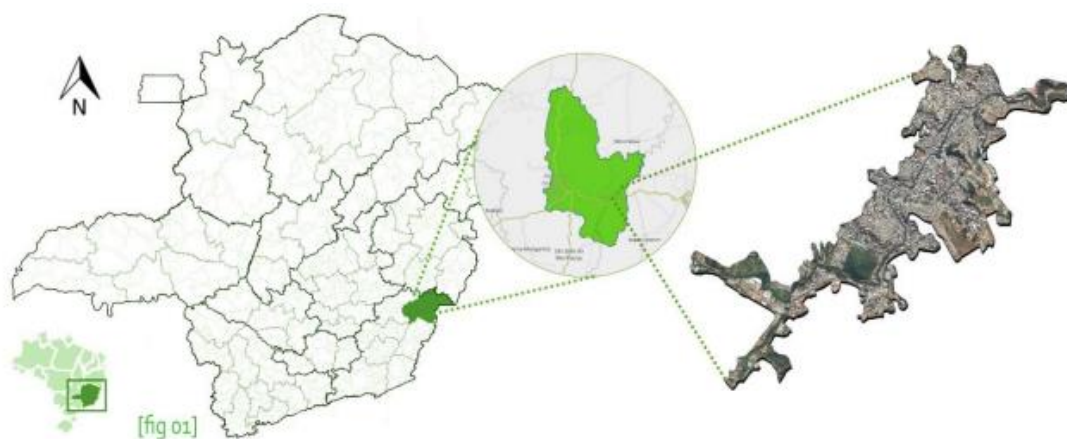
Dito isto, aponta-se que o objetivo desta pesquisa foi modelar a série de precipitações máximas anuais para Manhuaçu-MG, por meio da GEV via inferência bayesiana, com a intenção de realizar predições de precipitações máximas para diferentes tempos de retorno, buscando fornecer informações que sejam úteis para o planejamento estratégico da gestão da

cidade em relação aos níveis pluviométricos esperados. Além disso, ressalta-se que nesta pesquisa foram avaliadas diferentes estruturas de priori, visando identificar qual delas traria uma maior capacidade preditiva aos eventos observados.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

Os dados utilizados referem-se às precipitações pluviais diárias máximas no período de 1970 a 2020, na cidade de Manhuaçu-MG e foram obtidos junto à Agência Nacional de Águas (ANA), sendo oriundos da estação de número 02041008, localizada na latitude de  $20^{\circ}06'29''\text{S}$ , longitude de  $41^{\circ}43'41''\text{W}$ . Pela classificação de Koppen (MARTINS *et al.*, 2018), o clima da cidade de Manhuaçu é do tipo Cwa tendo como características inverno seco e verão quente. Na Figura 1, é apresentado o mapa do estado de Minas Gerais indicando a cidade em estudo.

**Figura 1:** Mapa do estado de Minas Gerais com a localização da cidade de Manhuaçu.



Fonte: MANHUAÇU / Google Earth (2015). Adaptado por: Oliveira, Graça e Espíndula (2019).

A partir dos dados brutos acessados foram extraídos os valores de precipitação máxima de cada ano para a construção da série de dados utilizada nesta pesquisa, totalizando uma série com 51 observações. Posteriormente, foram utilizadas as observações de 1970 a 2010 para estimar os parâmetros da distribuição GEV e calcular a precipitação máxima estimada para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 10 anos. Ressalta-se que os parâmetros da distribuição foram estimados com dados de 40 anos, o que, segundo Pinto (1999), está dentro da faixa recomendada pela Organização Mundial de Meteorologia, que é de no mínimo 30 anos. Após a estimação, foram extraídos os valores de precipitação máximos observados em 2, 4, 6 e 10 anos no período de 2011 a 2020.

Dessa forma, foi feita a comparação dos valores estimados com os modelos ajustados pela utilização da série de 1970 a 2010, com os valores de fato observados extraídos da série de 2011 a 2020. A partir desta comparação foi possível avaliar a acurácia e o erro médio de predição das estimativas realizadas e, a partir disso, selecionar o modelo que apresentou melhor desempenho.

Para verificar a pressuposição de independência da série de precipitação máxima de Manhuaçu-MG, foi realizado o teste de Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) e para avaliar a existência de indícios de tendência na série foi realizado o teste de Mann-Kendall, de Mann (1945) e Kendall (1975), ambos ao nível de significância de 5%.

A função densidade de probabilidade da distribuição GEV é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \varepsilon \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right)} \right] \exp \left\{ - \left[ 1 + \varepsilon \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right)} \right]^{-\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \right\}$$

onde  $-\infty < x < \mu - \frac{\sigma}{\varepsilon}$  para  $\xi < 0$  e  $\mu - \frac{\sigma}{\varepsilon} < x < \infty$  para  $\varepsilon > 0$ .

Assumindo independência entre as observações, a função de verossimilhança da distribuição GEV é dada por:

$$L(\mu, \sigma, \varepsilon | \mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma^n} \prod_{i=1}^n \left\{ \left[ 1 + \varepsilon \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right)} \right] \exp \left\{ - \left[ 1 + \varepsilon \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right)} \right]^{-\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \right\} \right\}$$

em que  $\mathbf{x}$  é o vetor com valores observados e  $n$  é o tamanho da variável  $\mathbf{x}$ .

Para a estimação dos parâmetros da distribuição GEV via inferência Bayesiana, utilizou-se como distribuição *à priori* dos parâmetros, a distribuição normal para os parâmetros de posição ( $\mu$ ) e forma ( $\xi$ ) e a distribuição lognormal para o parâmetro escala ( $\sigma$ ).

As informações para os hiperparâmetros foram obtidas da distribuição GEV, ajustada aos dados de precipitação máxima das cidades de Lavras-MG e Juiz de Fora-MG, obtidas, respectivamente, em Martins *et al.* (2018), que utilizaram dados de 1975 a 2016 em suas análises e Braga (2015), que considerou o período de 1961 a 2014. A escolha dessas cidades se justifica pelo fato de apresentarem séries históricas mais longas, além de possuírem características semelhantes tais como: clima, latitude e longitude, sendo Lavras-MG com

latitude de 21°45'00''S, longitude de 45°00'W e Juiz de Fora-MG com latitude de 21°45'36''S, longitude de 43°21'00'' (REBOITA *et al.*, 2015).

Dessa forma, foram ajustados sete modelos da GEV, buscando encontrar aquele que teria melhor desempenho nas previsões realizadas. Dentre estes modelos o primeiro foi ajustado com *priori* não informativa (NI), o segundo, terceiro e quarto modelos foram ajustados com a utilização de informações *a priori* da cidade de Lavras-MG, sendo que no terceiro e quarto modelos a variância foi flexibilizada em duas vezes (2var) e em quatro vezes (4var); e o quinto, sexto e sétimo modelos foram ajustados com as informações *à priori* referentes à cidade de Juiz de Fora-MG, sendo também aplicada a flexibilização da variância em duas e quatro vezes para o sexto e sétimo modelos, respectivamente.

A multiplicação da variância foi aplicada como uma tentativa de refinamento dos modelos preditivos por meio do ajuste da influência das informações *a priori*, tendo em vista que o aumento da variância suaviza o peso da *priori* no processo de estimação. A Tabela 1 apresenta os hiperparâmetros utilizados em cada um dos modelos ajustados.

Tabela 1 - Valores dos hiperparâmetros das distribuições *a priori* não informativa e informativa para os parâmetros da distribuição GEV.

| Priori              | Distribuição            |                         |                          |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
|                     | $\mu$                   | $\sigma$                | $\xi$                    |
|                     | $N \sim (M_0, S_0^2)$   | $LN \sim (M_1, S_1^2)$  | $N \sim (M, S_2^2)$      |
| Não Informativa     | $N \sim (0; 10^{-4})$   | $LN \sim (0; 9,21)$     | $N \sim (0; 10^{-2})$    |
| Lavras (1var)       | $N \sim (68,9 ; 10,48)$ | $LN \sim (1,07 ; 1,73)$ | $N \sim (-0,05 ; 0,02)$  |
| Lavras (2var )      | $N \sim (68,9 ; 20,96)$ | $LN \sim (1,07 ; 2,42)$ | $N \sim (-0,05 ; 0,04)$  |
| Lavras (4var)       | $N \sim (68,9 ; 41,92)$ | $LN \sim (1,07 ; 3,12)$ | $N \sim (-0,05 ; 0,06)$  |
| Juiz de Fora (1var) | $N \sim (76,82; 9,88)$  | $LN \sim (2,95; 1,65)$  | $N \sim (-0,009; 0,013)$ |
| Juiz de Fora (2var) | $N \sim (76,82; 19,76)$ | $LN \sim (2,95; 2,34)$  | $N \sim (-0,009; 0,026)$ |
| Juiz de Fora (4var) | $N \sim (76,82; 39,52)$ | $LN \sim (2,95; 3,04)$  | $N \sim (-0,009; 0,052)$ |

$M_i$  e  $S_i^2$  são a média e a variância da distribuição, respectivamente.

Assim sendo, seguindo Coles (2001) a equação da *priori* conjunta empregada neste trabalho é dada por:

$$p(\mu, \sigma, \xi) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu - M_0}{S_0}\right)^2\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\sigma) - M_1}{S_1}\right)^2\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi - M_2}{S_2}\right)^2\right\} \quad (3)$$

em que  $\alpha$  indica proporcionalidade.

Portanto, de posse das informações a *priori* ( $p(\mu, \sigma, \xi)$ ) e da função de verossimilhança ( $L(\mu, \sigma, \xi|\mathbf{x})$ ), obteve-se a distribuição a *posteriori* conjunta ( $p(\mu, \sigma, \xi|\mathbf{x})$ ) para os parâmetros de cada modelo ajustado, realizando a multiplicação entre elas. Para que se obtenha a distribuição individualizada para cada parâmetro é necessário que seja calculada a marginal da distribuição *posteriori* para cada um deles. Para isso é necessário realizar a integração da distribuição conjunta dada pela equação 3, em relação a cada um dos parâmetros.

Contudo, a integral em questão não possui solução analítica e, portanto, necessita de algoritmos iterativos como Metropolis-Hastings via MCMC. De acordo com Nogueira, Safadi e Ferreira (2004), verifica-se convergência das cadeias quando no critério de Raftery e Lewis os valores do fator de dependência estão próximos de 1, o que indica independência entre as iterações. Pelo critério de Geweke, tem-se que  $|GW| < 1,96$ , indicando que não há indícios de ausência de convergência. E pelo critério de Heidelberger e Welch, se a série é estacionária ( $p > 0,05$ ).

O nível de retorno  $x(T)$  é o valor que se espera que seja superado, pelo menos uma vez, no período de tempo  $T$  é dado por:

$$x(T) = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left\{ 1 - \left[ -\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right) \right]^{-\xi} \right\}$$

em que  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$  e  $\hat{\xi}$  são as estimativas dos parâmetros da distribuição GEV e  $T$  é o tempo de retorno.

A fim de escolher o melhor modelo, foi verificada a acurácia e o erro médio de predição. A acurácia foi avaliada verificando-se se o intervalo HPD de 95% de credibilidade engloba ou não o valor observado para diferentes tempos de retorno. De acordo com Paulino, Turkman e Murteira (2003), o intervalo de credibilidade com densidade *a posteriori* máxima é denominado intervalo HPD (*Highest Posterior Density*).

O erro médio de predição é dado pela seguinte expressão:

$$EMP = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right| \times 100\%$$

onde,  $x_t$  é a precipitação máxima observada para o  $t$ -ésimo tempo de retorno,  $\hat{x}_t$  é a precipitação máxima prevista para o  $t$ -ésimo tempo de retorno e  $N$  é o número de tempos de retorno estudados.

Consequente, foi estimada a precipitação máxima para a cidade de Manhuaçu-MG para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50, 100 e 200 anos. Para a realização das análises estatísticas, foi utilizado o programa OpenBUGS (SPIEGELHALTER *et al*, 2003) por meio de sua interface no *software* computacional estatístico R, conforme R Development Core Team (2021). Ressalta-se que o código R utilizado e a base de dados pode ser acessada pelo Github<sup>1</sup>.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 são apresentadas as estatísticas descritivas da série de dados de precipitação máxima da cidade de Manhuaçu-MG, entre os anos de 1970 e 2020.

TABELA 1 - Estatísticas descritivas da série histórica de precipitações anuais máximas (mm) entre 1970 e 2020, na cidade de Manhuaçu-MG

| Média | DP    | CV     | Mínimo | Máximo | 1º Quantil | 3º Quantil |
|-------|-------|--------|--------|--------|------------|------------|
| 77,24 | 23,51 | 52,69% | 44,60  | 196,00 | 67,50      | 83,90      |

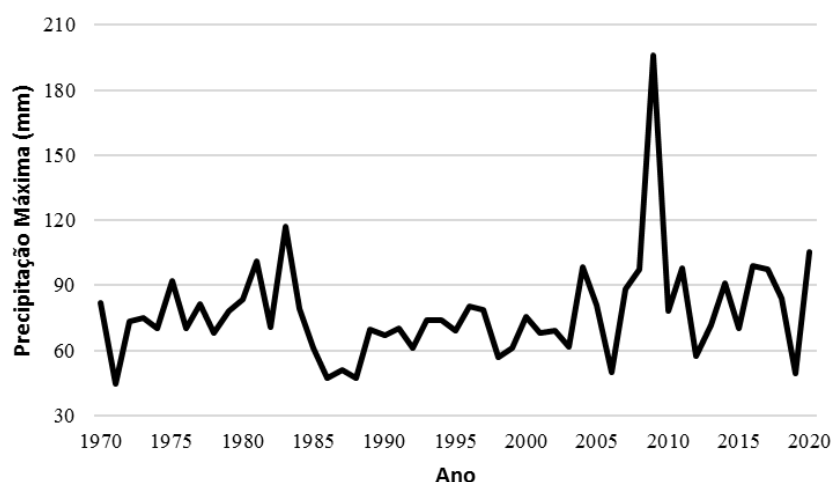
DP: Desvio Padrão; CV: Coeficiente de Variação

A Tabela 1 indica que a média das precipitações extremas anuais foi de 77,24 mm em um único dia. Contudo, como a série de dados possui um coeficiente de variação elevado, de 52,69%, considera-se que a média não é um bom parâmetro para avaliar a série, visto que as observações variam em um intervalo bastante amplo de 44,6 mm a 196 mm. Além disso, uma análise mais aprofundada dos dados evidenciou que os meses que mais foram representativos de precipitações máximas na cidade de Manhuaçu-MG, foram, assim como encontrado por Oliveira *et al.*(2019) para a cidade de Juiz de Fora-MG, janeiro, que forneceu 16 observações para a série de máximos anuais analisada, seguido pelo mês de dezembro que forneceu 13 e novembro que forneceu 10 observações. Dessa forma, esses três meses concentraram mais de 75% das observações da série analisada.

<sup>1</sup>O link mostra o nome de um dos autores, portando será necessário acrescentá-lo somente na versão final

Uma revelação importante é que, segundo Carvalho e Espíndula (2020), as maiores inundações observadas em Manhuaçu; em 1979, 1997, 2003, 2009 e 2020; aconteceram justamente em decorrência da grande quantidade de chuvas em janeiro e dezembro. Ademais, como apresentado na Tabela 1, 75% dos dados da série em estudo estão alocados em até 83,90 mm, o que indica que precipitações diárias acima deste nível na cidade são incomuns, até mesmo dentro da série histórica construída com eventos raros, ou extremos. Dessa forma, dos 51 eventos extremos da série, apenas 13 apresentaram esse nível de precipitação (mm), sendo que o mês de janeiro concentrou sozinho 4 deles. O Gráfico 1 apresenta o comportamento da série histórica de precipitações máximas anuais analisada.

GRÁFICO 1 - Série de precipitação máxima anual (em mm) da cidade de Manhuaçu-MG, entre os anos de 1970 a 2020



Dessa forma, feita a caracterização do conjunto de dados foram realizadas as análises preliminares visando verificar se a pressuposição a respeito da independência da série fora atendida e se a série possuía algum tipo de tendência que deveria ser modelada. Em relação à independência, o teste de Ljung-Box apresentou resultado não significativo ( $p = 0,323$ ), confirmando a existência de independência no conjunto de dados. O teste de MannKendall, também apresentou resultado não significativo ( $p = 0,18821$ ), considerado um nível de significância de 5%, o que levou a conclusão sobre a não existência de tendência na série de precipitação máxima anual de Manhuaçu. Este resultado corrobora com a conclusão de Penereiro e Meschiatti (2018), que é mais raro séries de precipitação máxima apresentarem tendência, pois os autores analisaram tendências climáticas em 243 séries anuais de precipitação pluviométrica em cidades do Brasil, observaram ausência de tendência em mais de 91% das localidades.

Assim sendo, realizadas as análises preliminares, os modelos GEV propostos foram ajustados ao conjunto de dados separados para a estimação dos parâmetros, ou seja, a série de 1970 a 2010. Ressalta-se que as estimativas apresentadas na Tabela 2 referem-se à média das distribuições a *posteriori*. Na Tabela 2 são apresentadas as estimativas dos parâmetros da distribuição GEV para as diferentes estruturas de *priori* e os resultados dos critérios de convergência das cadeias de distribuição a *posteriori* dos parâmetros.

TABELA 2 - Estimativas médias dos parâmetros para cada distribuição GEV, de acordo com a *priori* utilizada, e os resultados dos critérios para análise de convergência das cadeias da distribuição a *posteriori* dos parâmetros, sendo eles Raftery e Lewis (R&L), Geweke (GW) e Heidelberger-Welch (H&W), para série dados de 1970 a 2010

| Priori                 | Parâmetro     | Estimativa | R&L   | GW   | H&W   |
|------------------------|---------------|------------|-------|------|-------|
| NI                     | $\mu$         | 65,46      | 0,97  | 1,43 | 0,109 |
|                        | $\sigma$      | 15,46      | 1,01  | 0,30 | 0,520 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,11       | 1,00  | 1,84 | 0,279 |
| Lavras<br>(1var)       | $\mu$         | 67,14      | 1,01  | 1,66 | 0,442 |
|                        | $\sigma$      | 15,95      | 1,01  | 0,77 | 0,890 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,06       | 0,99  | 1,41 | 0,641 |
| Lavras<br>(2var)       | $\mu$         | 66,67      | 1,02  | 1,51 | 0,961 |
|                        | $\sigma$      | 15,90      | 1,01  | 0,85 | 0,122 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,07       | 0,99  | 1,27 | 0,520 |
| Lavras<br>(4var)       | $\mu$         | 66,41      | 0,996 | 0,14 | 0,530 |
|                        | $\sigma$      | 15,90      | 1,01  | 1,18 | 0,823 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,09       | 1,00  | 1,14 | 0,162 |
| Juiz de Fora<br>(1var) | $\mu$         | 70,94      | 1,00  | 0,22 | 0,754 |
|                        | $\sigma$      | 17,72      | 1,02  | 1,43 | 0,485 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,04       | 1,00  | 0,30 | 0,983 |
| Juiz de Fora<br>(2var) | $\mu$         | 69,12      | 1,00  | 1,55 | 0,238 |
|                        | $\sigma$      | 17,00      | 1,01  | 1,29 | 0,245 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,06       | 1,01  | 1,70 | 0,145 |

|                        |               |       |      |      |       |
|------------------------|---------------|-------|------|------|-------|
| Juiz de Fora<br>(4var) | $\mu$         | 67,75 | 1,00 | 0,38 | 0,639 |
|                        | $\sigma$      | 16,51 | 1,01 | 0,81 | 0,051 |
|                        | $\varepsilon$ | 0,08  | 0,99 | 1,08 | 0,578 |

A análise da Tabela 2 permite constatar que todas as cadeias de distribuição *posteriori* dos parâmetros atenderam as condições propostas nos três critérios de convergência avaliados, sendo este um indicativo de que as cadeias convergiram em todos os parâmetros para todos os modelos ajustados, uma vez que em todos os casos analisados os fatores de dependência do critério de Raftery e Lewis foram próximos de 1, o que indica independência entre as iterações. Pelo critério de Geweke tem-se que  $|GW| < 1,96$  indicando que não há indícios de ausência de convergência. Os valores-p do critério de Heidelberger e Welch foram não significativos ( $p > 0,05$ ), verificando que a série é estacionária. Dessa forma, prosseguiu-se o estudo por meio da realização de previsões de precipitação máxima (mm) em Manhuaçu-MG. A Tabela 3 apresenta as precipitações máximas ocorridas em Manhuaçu-MG, no período de 2011 a 2020.

TABELA 3 - Precipitações máximas (mm) ocorridas entre 2011 e 2020 na cidade de Manhuaçu-MG

| 2 anos | 4 anos | 6 anos | 10 anos |
|--------|--------|--------|---------|
| 97,9   | 97,9   | 99,1   | 105,1   |

Na Tabela 4 é apresentada as estimativas pontuais, o intervalo  $HPD_{95\%}$  das precipitações máximas (mm) ocorridas em Manhuaçu-MG, bem como o erro médio de predição e a acurácia de cada um dos modelos, para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 10 anos.

TABELA 4 - Precipitação máxima estimada (mm) e intervalo  $HPD$ , com 95% de credibilidade, para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 10 anos, erro médio de predição (EMP) e acurácia de cada modelo elaborado

| Priori | Estimativa Pontual e Intervalar para a precipitação máxima (mm) |                         |                           |                            | EMP<br>(%) | Acurácia<br>(%) |
|--------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------|------------|-----------------|
|        | 2 anos                                                          | 4 anos                  | 6 anos                    | 10 anos                    |            |                 |
| NI     | 71,25<br>[65,35 ; 77,27]                                        | 86,21<br>[77,89; 95,35] | 94,64<br>[84,11 ; 106,20] | 105,46<br>[91,48 ; 121,60] | 11,00      | 50              |

|                            |                          |                                         |                                         |                                          |       |    |
|----------------------------|--------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------|-------|----|
| Lavras<br>(1var)           | 73,04<br>[68,35 ; 77,86] | 87,73<br>[80,43 ; 95,20]                | <b>95,67</b><br><b>[86,57 ; 105,10]</b> | <b>105,51</b><br><b>[93,99 ; 118,1]</b>  | 9,91  | 50 |
| Lavras<br>(2var)           | 72,57<br>[67,31 ; 77,82] | 87,46<br>[79,78 ; 95,91]                | <b>95,60</b><br><b>[85,86 ; 106,2]</b>  | <b>105,83</b><br><b>[93,59 ; 120,30]</b> | 10,19 | 50 |
| Lavras<br>(4var)           | 72,33<br>[66,68 ; 78,23] | 87,40<br>[78,86 ; 96,06]                | <b>95,74</b><br><b>[85,37 ; 107,10]</b> | <b>106,30</b><br><b>[92,51 ; 121,40]</b> | 10,34 | 50 |
| Juiz de<br>Fora<br>(1var)  | 77,48<br>[72,37 ; 83,07] | <b>93,60</b><br><b>[85,29 ; 102,6]</b>  | <b>102,21</b><br><b>[91,63 ; 113,5]</b> | <b>112,82</b><br><b>[99,40 ; 127,60]</b> | 8,93  | 75 |
| Juiz de<br>Fora<br>(2var ) | 75,42<br>[69,67 ; 81,32] | <b>91,17</b><br><b>[82,31 ; 100,40]</b> | <b>99,71</b><br><b>[88,43 ; 111,20]</b> | <b>110,36</b><br><b>[96,66 ; 126,20]</b> | 8,86  | 75 |
| Juiz de<br>Fora<br>(4var)  | 73,98<br>[68,13 ; 79,89] | <b>89,42</b><br><b>[80,67 ; 98,82]</b>  | <b>97,95</b><br><b>[86,87 ; 109,70]</b> | <b>108,69</b><br><b>[94,11 ; 124,30]</b> | 9,44  | 75 |

Analisando a Tabela 4, vê-se que todos os modelos nos quais foram usadas *prioris* informativas demonstraram menor EMP, em relação ao modelo ajustado com a priori não informativa. Em relação à acurácia, os três modelos que utilizaram a distribuição da GEV da cidade de Juiz de Fora como estrutura de *priori* tiveram melhor desempenho preditivo, sendo capaz de cobrir em seu intervalo, ao nível de 95% de probabilidade, 3 dos 4 eventos de precipitação extremos observados na Tabela 3.

Segundo Rossi (2011), a incorporação de informações *a priori* para os parâmetros de interesse pode fazer com que as estimativas *a posteriori* sejam mais relacionadas com a variável em estudo. Paulino, Turkman e Murteira (2003) mencionam que o uso de *prioris* informativas ocasionam intervalos de credibilidade mais estreitos quando comparados com o uso de *prioris* não informativas. Carvalho, Beijo e Muniz (2016) e Martins *et al.* (2018) ao incorporar informações *a priori* obtiveram resultados mais satisfatórios comparado ao modelo ajustado com *priori* não informativa.

Desse modo, dado o empate na métrica de acurácia, o modelo com o melhor desempenho adotado para a realização das previsões futuras foi aquele que apresentou o menor valor de EMP, que foi o modelo de Juiz de Fora (2var). Dessa forma, selecionado o modelo,

utilizou-se a série de dados completa, de 1970 a 2020, para a realização das predições sobre as precipitações máximas futuras para a cidade de Manhuaçu. A Tabela 5 apresenta as estimativas médias dos parâmetros ajustados para este modelo, bem como os critérios de avaliação de convergência das cadeias *posteriori*.

TABELA 5 - Estimativas médias e desvio padrão dos parâmetros da distribuição GEV, estimados via inferência bayesiana, com a utilização da *priori* Juiz de Fora (2var), e os resultados dos critérios para análise de convergência das cadeias da distribuição a posteriori dos parâmetros, sendo eles Raftery e Lewis (R&L), Geweke (GW) e Heidelberger-Welch (H&W), para série dados de 1970 a 2020

| Parâmetro | Estimativa | DP   | R&L  | GW   | H&W   |
|-----------|------------|------|------|------|-------|
| $\mu$     | 69,76      | 2,31 | 1,01 | 0,02 | 0,929 |
| $\sigma$  | 17,34      | 1,97 | 1,00 | 1,31 | 0,657 |
| $\xi$     | 0,04       | 0,07 | 1,02 | 0,34 | 0,975 |

Na Tabela 6 estão apresentados os resultados para as predições de precipitações máximas futuras, na cidade de Manhuaçu, para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50, 100 e 200 anos, contados a partir do ano de 2020.

TABELA 6 - Precipitações máximas preditas (mm) para os tempos de retorno 2, 5, 10, 25, 50, 100 e 200 anos, com respectivos intervalos de credibilidade HPD de 95%, realizadas com a série histórica de precipitações máximas anuais da cidade de Manhuaçu, entre os anos de 1970 e 2020

| Tempo de Retorno<br>(anos) | Valor Médio<br>Predito | HPD <sub>95%</sub> | R&L   | GW      | H&W   |
|----------------------------|------------------------|--------------------|-------|---------|-------|
| 2                          | 76,16                  | [71,04 ; 81,60]    | 1,000 | 1,2659  | 0,320 |
| 5                          | 96,54                  | [87,66 ; 105,6]    | 0,993 | 0,4777  | 0,403 |
| 10                         | 110,82                 | [98,67 ; 124,3]    | 0,991 | 0,1266  | 0,457 |
| 25                         | 129,57                 | [111,40 ; 150,7]   | 1,030 | -0,1395 | 0,505 |
| 50                         | 144,16                 | [120,00 ; 172,70]  | 0,989 | -0,2456 | 0,528 |

|     |        |                   |       |         |       |
|-----|--------|-------------------|-------|---------|-------|
| 100 | 159,28 | [129,00 ; 198,00] | 0,997 | -0,3054 | 0,548 |
| 200 | 175,04 | [136,80 ; 225,80] | 0,999 | -0,3391 | 0,561 |

Na Tabela 6, escolhendo o tempo de retorno de 100 anos, uma interpretação prática das informações pode ser feita da seguinte forma: espera-se observar em um tempo médio de 100 anos, na cidade de Manhuaçu-MG, a ocorrência de uma precipitação máxima igual ou superior a 159,28 mm. Com 95% de probabilidade, espera-se que ocorra uma precipitação máxima maior ou igual a um valor que esteja no intervalo de 129 mm a 198 mm. Ressalta-se que a diferença nos resultados da Tabela 3 e da Tabela 4 em relação às estimativas para os tempos de retorno de 2, 5 e 10 anos, aconteceu em decorrência da atualização da base de dados.

Sobre estes resultados, alguns outros pesquisadores encontraram bastante semelhança em seus estudos. É o caso da pesquisa de Beijo, Muniz e Neto (2005), que ajustaram a distribuição GEV via método da máxima verossimilhança para modelar a precipitação máxima da cidade de Lavras-MG. Os autores chegaram nos valores preditos de 75 mm, 98 mm, 114 mm e 148 mm para os tempos de retorno de 2, 5, 10 e 50 anos, respectivamente, sugerindo que as séries de dados de precipitações extremas nas duas cidades são bastante próximas.

Além disso, também observou-se semelhanças com os achados de Oliveira *et al.* (2014) que realizou o ajuste da distribuição GEV, via método dos momentos-L, para precipitações extremas para algumas cidades do Sul de Minas Gerais e calculou níveis de retorno para 50, 100 e 500 anos. Para os tempos de retorno coincidentes com os calculados nesta pesquisa, a cidade de Monte Sião apresentou resultados muito próximos aos aqui apresentados, sendo 135 mm e 147 mm para os tempos de retorno de 50 e 100 anos, respectivamente.

Por fim, a pesquisa de Contins *et al.* (2015) que realizou previsões de precipitações máximas a cidade de Carlos Chagas-MG encontrou níveis de retorno de 74,48 mm, 101,81 mm, 119,92 mm, 159, 72 mm e 177,26 mm para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 50 e 100 anos. Pode-se dizer que os resultados são parecidos, pois embora as estimativas pontuais a partir dos 50 anos de tempos de retorno se distanciam um pouco, todos os valores estão dentro do intervalo HPD.

#### 4 CONCLUSÕES

A distribuição GEV conseguiu modelar de forma eficiente os dados de precipitação máxima da cidade de Manhuaçu-MG, chegando a apresentar uma acurácia de 75% em suas predições.

A incorporação de informação *a priori* de Juiz de Fora-MG com estrutura de variância multiplicada por dois foi a mais acurada e precisa para a predição da precipitação máxima de Manhuaçu-MG.

As estimativas apresentadas neste estudo podem ser utilizadas para o planejamento de atividades do setor agrícola e na engenharia civil, possibilitando diminuir os impactos causados pela ocorrência de precipitações extremas na cidade de Manhuaçu-MG.

## 5 AGRADECIMENTO

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## 6 REFERÊNCIAS

BEIJO, L. A. *et al.* Estudo da precipitação máxima em Jaboticabal (SP) pela distribuição de Gumbel utilizando dois métodos de estimação dos parâmetros. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v. 11, n. 1, p. 141-147, 2003. Disponível em: <<http://sbagro.org/files/biblioteca/1367.pdf>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

BEIJO, L.; VIVANCO, M. J. F.; MUNIZ, J. A. Análise Bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviais máximas em Jaboticabal (SP). **Ciência e Agrotecnologia**, v. 33, p. 261-270, 2009. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/cagro/a/XgKnZpF43CjqcTjPjgmyYtz/?lang=pt>> . Acesso em: 28 jan. 2022.

BEIJO, L. A.; MUNIZ, J. A.; CASTRO NETO, P. Tempo de retorno das precipitações máximas em Lavras (MG) pela distribuição de valores extremos do tipo I. **Ciência e agrotecnologia**, v. 29, p. 657-667, 2005. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/cagro/a/9ZrzkQPYvWs4dmTBVQMGMfg/abstract/?lang=pt>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

BLAIN, G. C. Cento e vinte anos de totais extremos de precipitação pluvial máxima diária em Campinas, Estado de São Paulo: análises estatísticas. **Bragantia**, v. 70, p. 722-728, 2011. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/brag/a/YMH5tMjrdZdzXg3YZbHjLxm/abstract/?lang=pt>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

BORGES, G. M. R.; THEBALDI, M. S. Estimativa da precipitação máxima diária anual e equação de chuvas intensas para o município de Formiga, MG, Brasil. **Revista Ambiente & Água**, v. 11, p. 891-902, 2016. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/ambiagua/a/LBNR3rsXDQS6Wj9ddJ5nVrx/?lang=pt&format=pdf>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

BRAGA, D. de O. M. **Aplicação da teoria de valores extremos para o índice pluviométrico da cidade de Juiz de Fora - MG**. 2015. Trabalho de conclusão de Curso (Bacharelado em Estatística) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, 2015.

BUTTURI-GOMES, D.; BEIJO, L. A.; AVELAR, F. G. On modeling the maximum duration of dry spells: a simulation study under a Bayesian approach. **Theoretical and Applied Climatology**, v. 137, n. 1, p. 1337-1346, 2019. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/328431535\\_On\\_modeling\\_the\\_maximum\\_duration\\_of\\_dry\\_spells\\_a\\_simulation\\_study\\_under\\_a\\_Bayesian\\_approach](https://www.researchgate.net/publication/328431535_On_modeling_the_maximum_duration_of_dry_spells_a_simulation_study_under_a_Bayesian_approach)>. Acesso em: 28 jan. 2022.

CARVALHO, D. T.; BEIJO, L. A.; MUNIZ, J. A. Uma abordagem Bayesiana para modelar a isoterma de Langmuir. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 35, n. 2, p. 376-401, 2017. Disponível em: <<http://repositorio.ufla.br/jspui/handle/1/13957>> . Acesso em: 02 fev. 2022.

CARVALHO, I. N. da C.; ESPÍNDULA, L.; MOREIRA, L. de O. G. Planejamento urbano e a importância do plano diretor como forma de minimizar os impactos das inundações: o caso de Manhuaçu-MG. **Pensar Acadêmico**, v. 19, n. 3, p. 1021-1064, 2021. Disponível em: <<http://pensaracademico.facig.edu.br/index.php/pensaracademico/article/view/2151>> . Acesso em: 28 jan. 2022.

CARVALHO, I. N. da C.; ESPÍNDULA, L. Histórico de enchentes em Manhuaçu (MG) e o novo plano diretor (2017). In: V Jornada de Iniciação Científica, 6., 2021, evento online. **Anais do VI Seminário Científico do UNIFACIG**. Manhuaçu: UNIFACIG, 2021. Disponível em: <<http://pensaracademico.facig.edu.br/index.php/seminariocientifico/article/view/2022>>.

COLES, S. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer-Verlag, 2001.

CONTINS, J. G. P. *et al.* Precipitações máximas e o tempo de retorno para Carlos Chagas, Minas Gerais. In: XIX CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROMETEOROLOGIA, 2015, Lavras. **Anais eletrônicos CBagro**. Lavras: CBAGRO, 2015. Disponível em: <<http://sbagro.org/files/biblioteca/5658.pdf>> . Acesso em: 02 fev. 2022.

FERREIRA, T. R.; BEIJO, L. A.; AVELAR, F. G. Avaliação de distribuições de probabilidades no estudo de precipitação pluvial máxima de cidades de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 29, jan. 2022. Disponível em: <<https://revistas.ufpr.br/revistaabclima/article/view/70950>>. Acesso em: 27 jan. 2022.

KENDALL, M. **Rank correlation measures**. London: Charles Griffin, 1975.

JUNQUEIRA, J. A.; MELLO, C. R. de; ALVES, G. J. Eventos extremos de precipitação no Alto Rio Grande, MG: Análise probabilística. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 19, p. 301-308, 2015. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbeaa/a/rrRZBGSMg5fsRv9QtGBVWnk/?lang=pt>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978. Disponível em: <[https://www.jstor.org/stable/2335207?seq=1#metadata\\_info\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/2335207?seq=1#metadata_info_tab_contents)>. Acesso em 28 jan. 2022.

MANN, H. Non-parametric tests against trend. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 13, p. 245-259, 1945. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/pdf/1907187.pdf>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

MARTINS, T. B. *et al.* Predição da precipitação máxima no município de Silvianópolis-MG: Abordagens clássica e bayesiana. **IRRIGA**, v. 23, n. 3, p. 467-479, 2018. Disponível em: <<https://irriga.fca.unesp.br/index.php/irriga/article/view/2595>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

MARTINS, F. B. *et al.* Classificação Climática de Koppen e de Thornthwaite para Minas Gerais: Cenário Atual e Projeções Futuras. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. , n. , p. 129-156, 2018. Disponível em: <<https://revistas.ufpr.br/revistaabclima/article/view/60896>>. Acesso em: 15 mar. 2022.

NOGUEIRA, D.; SÁFADI, T.; FERREIRA, D. Avaliação de critérios de convergência univariados para o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov. **Revista Brasileira de Estatística**, v. 65, n. 224, 2004. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/339149423\\_Avaliacao\\_de\\_criterios\\_de\\_convergencia\\_univariados\\_para\\_o\\_metodo\\_de\\_Monte\\_Carlo\\_via\\_cadeias\\_de\\_Markov](https://www.researchgate.net/publication/339149423_Avaliacao_de_criterios_de_convergencia_univariados_para_o_metodo_de_Monte_Carlo_via_cadeias_de_Markov)>. Acesso em: 28 jan. 2022.

OLIVEIRA, A. S. de. *et al.* Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais. **Revista Agrogeoambiental**, v. 6, n. 1, 2014. Disponível em: <<http://agrogeoambiental.ifsuldeminas.edu.br/index.php/Agrogeoambiental/article/view/523>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

OLIVEIRA, T. A. *et al.* Eventos Extremos no Município de Juiz de Fora: Análise das características e da espacialidade do evento de 12/11/2016. In: XIII ENCONTRO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM GEOGRAFIA, 2019, São Paulo. **Anais Eletrônicos do XIII ENANPEGE**. São Paulo: USP, 2019. Disponível em: <[http://www.enanpege.ggf.br/2019/resources/anais/8/1562586309\\_ARQUIVO\\_ARTIGO\\_EVENTOSEXTREMOS\\_ENANPEGE-VERSAOFINAL.pdf](http://www.enanpege.ggf.br/2019/resources/anais/8/1562586309_ARQUIVO_ARTIGO_EVENTOSEXTREMOS_ENANPEGE-VERSAOFINAL.pdf)>. Acesso em: 02 fev. 2022.

OLIVEIRA, T. E.; GRAÇA, M. M.; ESPINDULA, L. Rio Manhuaçu (MG): o reflexo na cidade. **Pensar Acadêmico**, v. 17, n. 1, p. 75-91, 2019. Disponível em: <<http://pensaracademico.facig.edu.br/index.php/pensaracademico/article/view/712>>. Acesso em 28 jan. 2022.

PAULINO, C.D., TURKMAN, M. A. A., MURTEIRA, M. **Estatística Bayesiana**, 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003.

PETRUCCI, E.; OLIVEIRA, L. A. Relações entre intensidade, duração e frequência das precipitações máximas de 24 horas e equação de chuvas intensas para a cidade de Uberlândia-MG. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 25, 2019. Disponível em: <<https://revistas.ufpr.br/revistaabclima/article/view/57767/39230>>. Acesso em: 11 jan. 2022.

PINTO, F. A. **Chuvas intensas no Estado de Minas Gerais: análise e modelos**. 1995. Tese (Doutorado em Irrigação e Drenagem) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Agrícola, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1995.

Prefeitura Municipal de Manhuaçu-MG. **História do município de Manhuaçu**. Manhuaçu, 2017. Disponível em: <<https://www.manhuacu.mg.gov.br/detalhe-da-materia/info/historia/6498>>. Acesso em: 12 jan. 2022.

REBOITA, M. S.; RODRIGUES, M.; SILVA, L. F.; ALVES, M. A. Aspectos climáticos do estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 17, p. 206- 226, 2015.

Disponível em: <<https://revistas.ufpr.br/revistaabclima/article/view/41493>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2021. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

RESENDE, M. D. V. *et al.* Análise de modelos lineares mistos via inferência Bayesiana. **Revista de Matemática e Estatística**, v. 19, p. 41-70, 2001. Disponível em: <[http://jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v19/A3\\_Artigo.pdf](http://jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v19/A3_Artigo.pdf)>. Acesso em: 28 jan. 2022.

ROSSI, R. M. **Introdução aos métodos Bayesianos na análise de dados zootécnicos com uso do WinBUGS e R**. Maringá: Eduem, 2011.

SANSIGOLO, C. A. Distribuições de extremos de precipitação diária, temperatura máxima e mínima e velocidade do vento em Piracicaba, SP (1917-2006). **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 23, p. 341-346, 2008. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbmet/a/CtFpfGHcNYkSbPjcdtmcb9S/abstract/?lang=pt>>. Acesso em: 28 jan. 2022.

SILVA, B. C. da; CLARKE, R. T. Análise estatística de chuvas intensas na Bacia do Rio São Francisco. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 19, n. 3, p. 265-272, 2004. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/284107211\\_Analise\\_estatistica\\_de\\_chuvas\\_intensas\\_na\\_Bacia\\_do\\_Rio\\_Sao\\_Francisco](https://www.researchgate.net/publication/284107211_Analise_estatistica_de_chuvas_intensas_na_Bacia_do_Rio_Sao_Francisco)>. Acesso em: 28 jan. 2022.

SPIEGELHALTER, D.; THOMAS, A.; BEST, N.; LUNN, D. WinBUGS user manual. **Cambridge: MRC Biostatistics Unit**, 2003.